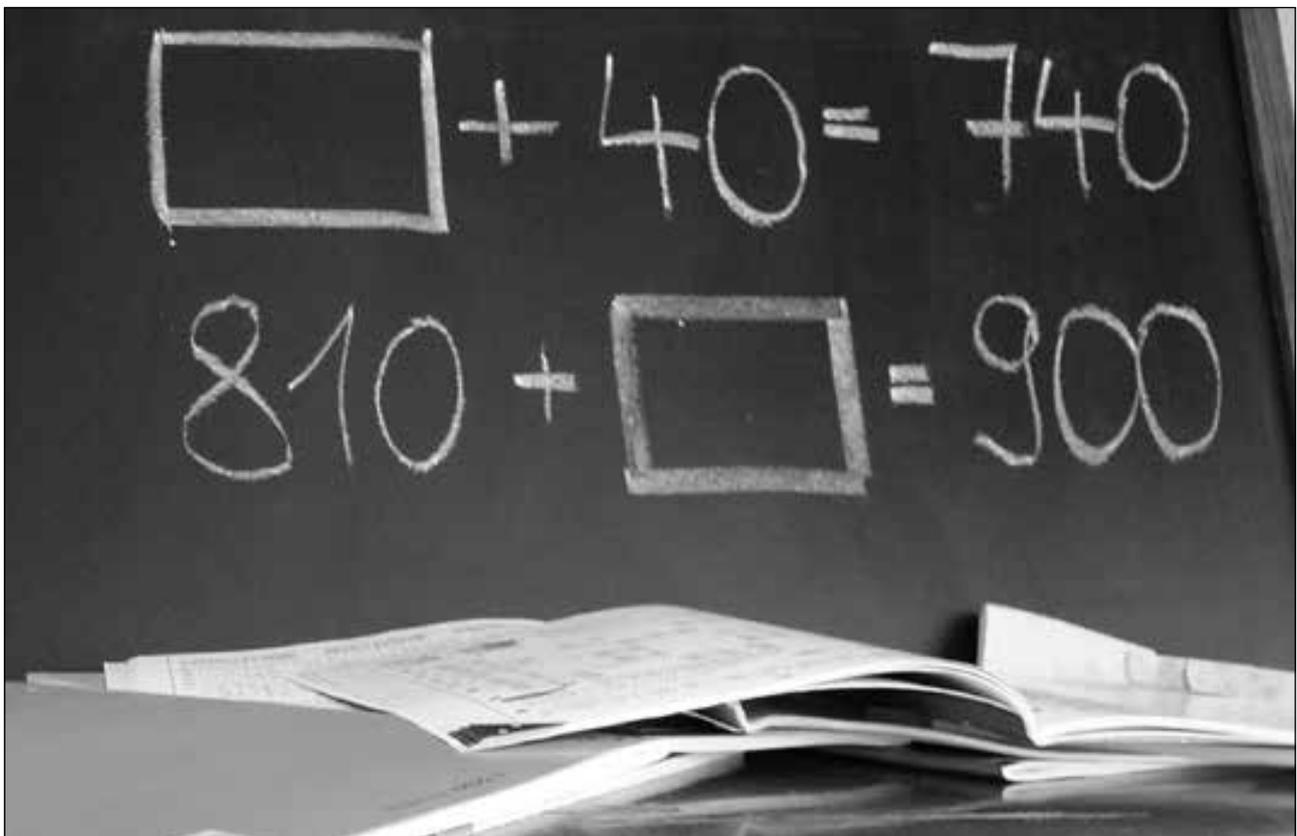


Helmut Leutenbauer

Leichtsinnfehler oder Rechenschwäche

Handreichung zur Fehlerursachen-Analyse
in der Grundschule



CARE  LINE

Inhalt

| | |
|--|-----------|
| Vorwort | 6 |
| 1. Die Rechenschwäche aus der Sicht der Wissenschaft | 7 |
| 1.1 Die Rechenschwäche aus psychologischer Sicht | 7 |
| 1.2 Die Rechenschwäche – ein mathematisches Problem? | 10 |
| 1.3 Zählendes Rechnen als Hauptmerkmal einer Rechenschwäche | 12 |
| 2. Die Entstehung einer Rechenschwäche | 15 |
| 2.1 Unzureichende Aufnahme visueller Informationen | 15 |
| 2.2 Problematisches Veranschaulichungsmaterial | 15 |
| 2.3 Mangelnde Ausprägung kognitiver Stützfunktionen | 17 |
| 2.4 Schulorganisatorische Einschränkungen | 17 |
| 2.5 Unterrichtliche Bedingungen | 17 |
| 2.6 Außerschulische Faktoren | 18 |
| 2.7 Didaktische Prinzipien als Auslöser einer Lernstörung | 18 |
| 2.8 Fehlende Diagnosekompetenz | 20 |
| 3. Fehlerursachen im Überblick | 21 |
| 3.1 Einteilung eingliedriger Aufgaben nach ihrem Schwierigkeitsgrad | 21 |
| 3.2 Fehlerursachen nach Aufgabenbereichen | 22 |
| 3.2.1 Fehlerursachen bei additiven Grundaufgaben des Typs A | 23 |
| 3.2.2 Fehlerursachen bei multiplikativen Grundaufgaben des Typs A | 23 |
| 3.2.3 Fehlerursachen bei Platzhalteraufgaben | 24 |
| 3.2.4 Fehlerursachen bei Sachaufgaben | 24 |
| 3.2.5 Fehlerursachen bei geometrischen Aufgaben | 24 |
| 4. Die Fehlerursachen-Analyse als Voraussetzung gezielter Fördermaßnahmen | 25 |
| 4.1 Fehlerarten im additiven Bereich | 26 |
| 4.1.1 Plus-Minus-Eins-Fehler | 26 |
| 4.1.2 Aneinanderfügen der Ziffern | 27 |
| 4.1.3 Stellenwertfehler durch isoliertes Betrachten der Stellenwerte | 27 |
| 4.1.4 Vertauschen der Operandenziffern | 28 |
| 4.1.5 Perseverationsfehler | 29 |
| 4.1.6 Falscher Strategie-Transfer | 30 |
| 4.1.7 Klappfehler bei der Subtraktion | 32 |
| 4.1.8 Zahlendreher | 33 |
| 4.1.9 Fehler mit „Null-Zahlen“ | 34 |
| 4.1.10 Auswirkungen des Nullfehlers bei der Addition/Subtraktion einstelliger Zahlen | 36 |
| 4.1.11 Auswirkungen des Nullfehlers bei Hunderterzahlen | 37 |
| 4.1.12 Klappfehler bei der Addition | 38 |
| 4.1.13 Falsche Stellenwertzuordnung | 38 |
| 4.1.14 Ziffernweise Addition | 39 |
| 4.1.15 Verknüpfung mit dem Ordinalzahlaspekt | 39 |
| 4.2 Fehlerarten im multiplikativen Bereich | 40 |
| 4.2.1 Auswirkungen des zählenden Rechnens auf Multiplikation und Division | 40 |
| 4.2.2 Perseverationsfehler | 42 |
| 4.2.3 Falsche Analogien | 43 |
| 4.2.4 Zahlendreher | 43 |
| 4.2.5 Partielles Ausmultiplizieren | 43 |
| 4.2.6 Falscher Transfer | 44 |
| 4.2.7 Nichtbeachtung der Stellenwerte | 45 |
| 4.3 Fehlerursachen bei Platzhalteraufgaben | 46 |
| 4.3.1 Auswirkungen bereits bekannter Fehlerarten | 46 |
| 4.3.2 Übernahme des Rechenzeichens | 47 |
| 4.3.3 Zählen der Zwischenzahlen | 48 |
| 4.3.4 Ergänzen nach Zerlegen der Operanden | 49 |

| | |
|---|-----------|
| 5. Testdurchführung | 50 |
| 5.1 Aufbau der Testbögen | 50 |
| 5.2 Testdurchführung beim Einzeltest | 53 |
| 5.3 Durchführung als Klassentest | 55 |
| 5.3.1 Die quantitative Auswertung | 55 |
| 5.3.2 Die qualitative Auswertung | 57 |
| 5.3.3 Fehlerlisten als Auswertungshilfen | 58 |
| 5.3.4 Erstellung eigener Strategiebögen | 59 |
| 5.4 Fehlerschwerpunkte | 60 |
| | |
| 6. Übungsschwerpunkte zur Vermeidung von Rechenschwächen | 61 |
| 6.1 Durchführungshinweise | 61 |
| 6.1.1 Einbeziehung der Erziehungsberechtigten | 61 |
| 6.1.2 Geeignete Arbeitsmittel | 61 |
| 6.1.3 Verzicht auf grafische Aufgabenstellungen | 63 |
| 6.1.4 Fehlerstrategie bewusst machen | 63 |
| 6.1.5 Zeitdauer der Übungseinheiten | 64 |
| 6.2 Maßnahmen zur Reduzierung des „zählenden Rechnens“ | 64 |
| 6.2.1 Orientierung im Zahlenraum | 64 |
| 6.2.2 Zerlegungen | 65 |
| 6.2.3 Rechnen in kleinen Rechenschritten | 66 |
| 6.2.4 Zahlentripel | 66 |
| 6.2.5 Reihenrechnungen | 67 |
| 6.3 Maßnahmen zum Zehnerübergang | 68 |
| 6.3.1 Stärkere Betonung der Fünfergliederung | 68 |
| 6.3.2 Zweiteiliger Operator | 68 |
| 6.3.3 Dekadische Analogien | 69 |
| 6.3.4 Ausgangszahl unverändert lassen | 70 |
| 6.4 Förderung des Stellenwertbewusstseins | 70 |
| 6.4.1 Konkretisierung | 70 |
| 6.4.2 Zahlen lesen | 71 |
| 6.4.3 Zahlendiktate | 71 |
| 6.4.4 Stellenwerte verschiedenfarbig schreiben | 71 |
| 6.4.5 Zahlen von links nach rechts schreiben | 71 |
| 6.4.6 Würfelspiele | 72 |
| 6.5 Addition/Subtraktion mit Zehnerübergang | 72 |
| 6.6 Curriculare Ausnahmeregelungen | 73 |
| 6.7 Maßnahmen zur Fehlerbehebung bei der Multiplikation | 74 |
| 6.8 Maßnahmen zur Fehlerbehebung bei der Division | 75 |
| 6.9 Maßnahmen zur Fehlerbehebung bei Platzhalteraufgaben | 76 |
| 6.9.1 Lösung durch einen logischen Schluss | 76 |
| 6.9.2 Lösung über Vergleichsaufgaben | 77 |
| 6.10 Neuorientierung des Mathematikunterrichts | 78 |
| 6.10.1 Abkehr vom verfahrensorientierten Unterricht | 78 |
| 6.10.2 Zulassen kreativer Lösungen | 78 |
| 6.10.3 Stärkere Berücksichtigung operativer Aufgabenstellungen | 79 |
| 6.10.4 Fehlerorientierte Übungsarbeit | 79 |
| 6.10.5 Rückbesinnung auf das Rechnen im Mathematikunterricht | 79 |
| | |
| Anhang | 80 |
| | |
| Testblätter | 80 |
| | |
| Besonderheiten einzelner Testblätter | 81 |
| | |
| Literaturverzeichnis | 110 |
| | |
| Stichwortverzeichnis | 111 |

4. Die Fehlerursachen-Analyse als Voraussetzung gezielter Fördermaßnahmen

Eine qualitative, diagnostische Fehlerursachen-Analyse ist die Voraussetzung für fehlerorientierte Fördermaßnahmen, sei es im Unterricht oder zu Hause. Leider wurde und wird dieser Bereich in der Aus- und Fortbildung der Grundschullehrkräfte sehr stiefmütterlich behandelt, so dass auch viele Lehrerinnen und Lehrer über keinerlei diesbezügliche Erfahrungen verfügen.

Die Suche nach der Fehlerursache gestaltet sich bei der Betrachtung von Aufgabenkolonnen oder gar einer Einzelaufgabe als fast aussichtslos, obwohl es für das Zustandekommen des Fehlers eine eindeutige Begründung gibt. Die folgende Zusammenstellung der Fehlerursachen ist in Anlehnung an die Testblätter deshalb wie folgt konzipiert.

- Bei allen Aufgaben einer Fehlergruppe ist jeweils die Lösungsstrategie identisch, d. h. alle Aufgaben einer Aufgabengruppe wurden nach derselben falschen Lösungsstrategie gelöst.
- Zunächst ist die Art des Fehlers zu bestimmen, also die allen falschen Ergebnissen einer Gruppe zugrunde liegende Regelmäßigkeit zu erkennen.
- Als Hilfe kann neben die falschen Ergebnisse jeweils das richtige Resultat geschrieben werden.
- Durch Vergleich der falschen mit den richtigen Ergebnissen unter Einbeziehung aller Ziffern der gegebenen Zahlen lassen sich oft schon Regelmäßigkeiten erkennen.
- Manchmal ist es erforderlich, jede Ziffer als eigenständige Zahl zu betrachten und mit dieser Zahl bzw. deren Teiloperanden zu jonglieren.
- Um das Denkschema leichter zu verstehen, sollte man versuchen, mehrere Aufgaben nach dieser falschen Lösungsstrategie zu berechnen.

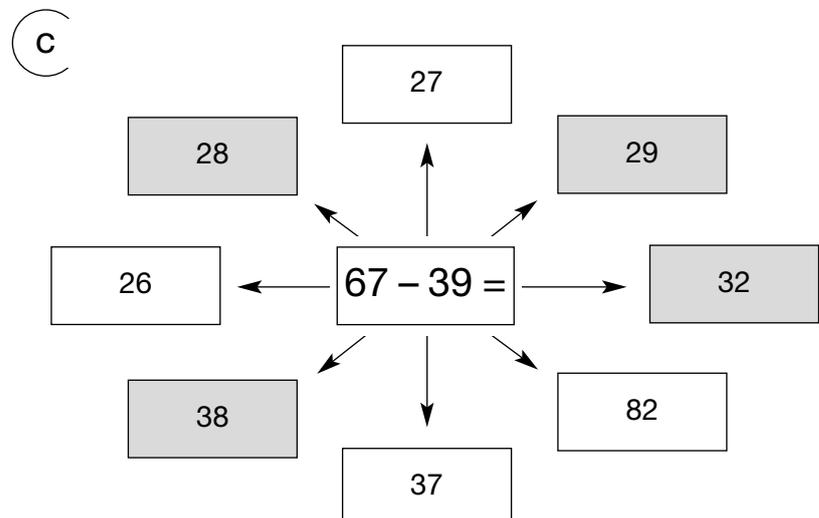
Die folgenden Beispiele verdeutlichen, welche unterschiedlichen Ergebnisse (bei a bis c) bzw. Ergebnisse mit der dazu führenden Lösungsstrategie (d) bei ein und derselben Aufgabe möglich sind. Die „häufiger“ auftretenden Resultate sind grau unterlegt (c) bzw. im Fettdruck (d) angegeben. Ergebnisse, die in den Tests nur einmal vorgekommen sind, wurden nicht angegeben.

a

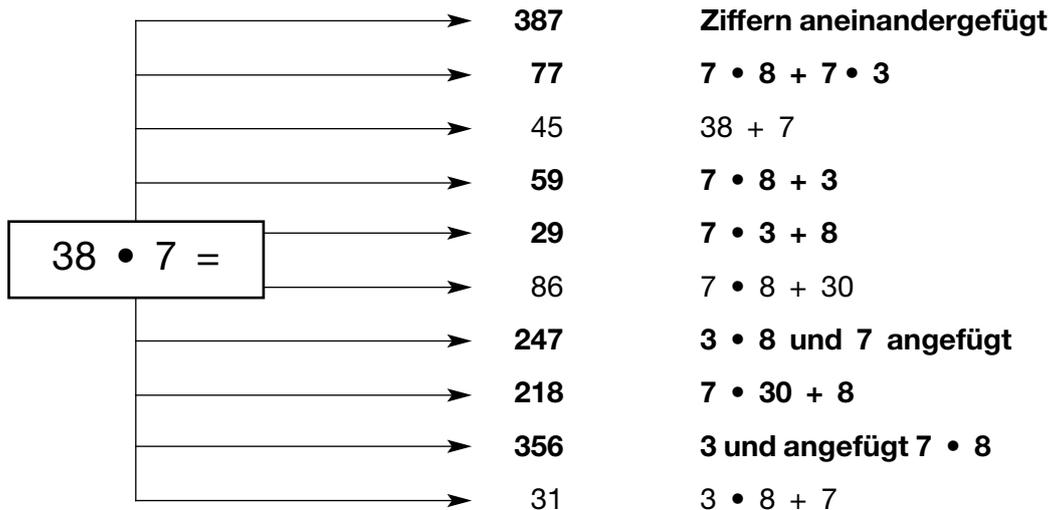
$$\begin{aligned} 3 + 6 &= 8 \\ 2 + 5 &= 6 \\ 2 + 3 &= 5 \\ 4 + 6 &= 9 \\ 1 + 8 &= 8 \\ 8 + 1 &= 9 \end{aligned}$$

b

$$\begin{aligned} 9 - 6 &= 4 \\ 8 - 7 &= 2 \\ 9 - 8 &= 2 \\ 9 - 1 &= 8 \end{aligned}$$



d



Vorschläge zur Behebung der Fehlerursache werden bei jedem Fehler stichpunktartig aufgelistet, im 6. Kapitel sind alle Maßnahmen ausführlich beschrieben und erklärt.

4.1 Fehlerarten im additiven Bereich

Fehler sind ein natürlicher Bestandteil jedes Lernprozesses. Sie bieten die Chance zu erkennen, wie Kinder rechnen. Fehler werden somit als Ansatzpunkt für eine gezielte Förderung des Kindes und nicht mehr als Defizit verstanden. Grundvoraussetzung jeglicher Förderung ist aber, dass die dem jeweiligen Fehler zugrunde liegende Denkweise erkannt wird.

4.1.1 Plus-Minus-Eins-Fehler

$$3 + 5 = \boxed{7}$$

$$2 + 7 = \boxed{8}$$

$$1 + 8 = \boxed{9}$$

$$12 + 4 = \boxed{15}$$

$$31 + 9 = \boxed{39}$$

$$13 + 5 = \boxed{17}$$

$$9 - 7 = \boxed{3}$$

$$8 - 5 = \boxed{4}$$

$$7 - 6 = \boxed{2}$$

$$47 - 5 = \boxed{43}$$

$$78 - 7 = \boxed{72}$$

$$65 - 4 = \boxed{62}$$

Beim Plus-Minus-Eins-Fehler ist bei der Addition der Summenwert grundsätzlich um „1“ zu niedrig, und bei der Subtraktion der Differenzwert immer um „1“ zu hoch. Plus-Minus-Eins-Fehler sind stets auf das zählende Rechnen zurückzuführen.

Erklärung des Zustandekommens: siehe 1.3

Vorschläge zur Fehlerbehebung:

Zunächst ist unter Beibehaltung des abzählenden Rechnens das richtige Vorgehen einzuüben.

- Falsche Fehlerstrategie bewusst machen: siehe 6.1.4
- Einsatz geeigneter Anschauungsmaterialien, z. B. Rechenrahmen mit Fünferzäsur: siehe 6.1.2
- Mögliche Fehlerquellen beim zählenden Rechnen sind unter 2.2 beschrieben
- Zeichnerische Hilfe: siehe 2.2
- Zerlegung von Zahlen: siehe 6.2.2
- Rechnen in kleinen Rechenschritten: siehe 6.2.3
- Reihenrechnungen: siehe 6.2.5

4.1.2 Aneinanderfügen der Ziffern

| | | | | | |
|---|-----------|---------------------------------|---|------------|----------------------------------|
| a | $8 + 5 =$ | <input type="text" value="85"/> | c | $5 + 12 =$ | <input type="text" value="512"/> |
| b | $7 + 9 =$ | <input type="text" value="79"/> | d | $16 + 5 =$ | <input type="text" value="165"/> |

Dieser Fehler, bei dem die Zahlen der beiden Operanden einfach aneinander gefügt werden, deutet auf ein mangelndes bzw. fehlendes Stellenwertbewusstsein hin. Aus dieser Vorgehensweise entwickelt sich meist in der Folge die unter 4.1.3 dargelegte Fehlerart „Isolierte Betrachtung der Stellenwerte“.

Vorschläge zur Fehlerbehebung:

- Einsatz von Anschauungsmaterial (z. B. Rechenrahmen mit Fünferzäsur) zur Erklärung der Addition/Subtraktion: siehe: 6.1.2
- Stellenwerte verschiedenfarbig schreiben: siehe 6.4.4

4.1.3 Stellenwertfehler durch isoliertes Betrachten der Stellenwerte

Beispiel:

| | | |
|---|-------------|----------------------------------|
| a | $58 + 23 =$ | <input type="text" value="711"/> |
| b | $39 + 46 =$ | <input type="text" value="715"/> |
| c | $44 + 49 =$ | <input type="text" value="813"/> |

Vorgehen: Die Schüler addieren zunächst die Zehnerziffern und notieren das Teilergebnis. Davon unabhängig werden die Einer addiert und das (zweistellige) Teilergebnis angefügt, ohne die Wertigkeit der einzelnen Ziffern zu beachten.

Lösung zu den Beispielen:

| | |
|---|-----------------------------------|
| a | $5 + 2 = 7; 8 + 3 = 11; \ggg 711$ |
| b | $3 + 4 = 7; 9 + 6 = 15; \ggg 715$ |
| c | $4 + 4 = 8; 4 + 9 = 13; \ggg 813$ |



1

(a) $8 + 9 =$

(b) $6 + 7 =$

(c) $9 + 6 =$

2

(a) $12 - 8 =$

(b) $15 - 7 =$

(c) $17 - 9 =$

3

(a) $18 -$ $= 10$

(b) $15 -$ $= 10$

(c) $19 -$ $= 10$

4

(a) $- 7 = 10$

(b) $- 6 = 10$

(c) $- 9 = 10$

5

(a) $+ 8 = 13$

(b) $+ 8 = 14$

(c) $+ 9 = 12$

6

(a) $- 6 = 9$

(b) $- 8 = 5$

(c) $- 7 = 8$

7

(a) $6 +$ $= 13$

(b) $8 +$ $= 15$

(c) $7 +$ $= 16$

8

(a) $16 -$ $= 9$

(b) $14 -$ $= 8$

(c) $15 -$ $= 7$

9

(a) $11 +$ $= 20$

(b) $13 +$ $= 20$

(c) $16 +$ $= 20$

10

(a) $20 -$ $= 12$

(b) $20 -$ $= 13$

(c) $20 -$ $= 14$

11

(a) $10 + 7 =$

(b) $10 + 9 =$

(c) $10 + 6 =$

12

(a) $20 - 4 =$

(b) $20 - 8 =$

(c) $20 - 7 =$



Bereich: Zahlenraum bis 20: Addition/Subtraktion mit Übergang

Teilnehmer:

| Nr. | Falsche Lösung bei | % | Aufgabenart: | Erreichte Punktezahl: |
|-----|------------------------------|---|-----------------------------------|------------------------------|
| 1 a | | | 1) $8 + 9 = \underline{\quad}$ | 36 |
| b | | | | 35 |
| c | | | FU: ZR; Pe; Sw | 34 |
| 2 a | | | 2) $12 - 8 = \underline{\quad}$ | 33 |
| b | | | | 32 |
| c | | | FU: ZR; Sw; Zi | 31 |
| 3 a | | | 3) $18 - \underline{\quad} = 10$ | 30 |
| b | | | | 29 |
| c | | | FU: ZR; St | 28 |
| 4 a | | | 4) $\underline{\quad} - 7 = 10$ | 27 |
| b | | | | 26 |
| c | | | FU: St; Pe | 25 |
| 5 a | | | 5) $\underline{\quad} + 8 = 13$ | 24 |
| b | | | | 23 |
| c | | | FU: St; Sw; Zi | 22 |
| 6 a | | | 6) $\underline{\quad} - 6 = 9$ | 21 |
| b | | | | 20 |
| c | | | FU: St; Sw; Pe; ZR | 19 |
| 7 a | | | 7) $6 + \underline{\quad} = 13$ | 18 |
| b | | | | 17 |
| c | | | FU: ZR; St; Zi | 16 |
| 8 a | | | 8) $16 - \underline{\quad} = 9$ | 15 |
| b | | | | 14 |
| c | | | FU: Zi; Sw | 13 |
| 9 a | | | 9) $11 + \underline{\quad} = 20$ | 12 |
| b | | | | 11 |
| c | | | FU: Sw; ZR; Pe | 10 |
| 10a | | | 10) $20 - \underline{\quad} = 12$ | 9 |
| b | | | | 8 |
| c | | | FU: ZR; Zi; SW | 7 |
| 11a | | | 11) $10 + 7 = \underline{\quad}$ | 6 |
| b | | | | 5 |
| c | | | FU: ZR | 4 |
| 12a | | | 12) $20 - 4 = \underline{\quad}$ | 3 |
| b | | | | 2 |
| c | | | FU: Pe; Sw | 1 |
| | Durchschnittliche Fehlerzahl | | | Durchschnittliche Punktezahl |
| | <input type="text"/> | | | <input type="text"/> |